
ТИТАРЕНКО Н.Є.,

старший викладач кафедри математики і фізики, факультет інформатики, математики та економіки, Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Б. Хмельницького, м. Мелітополь, Україна

МУРТАЗІЄВ Е.Г.,

кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри математики і фізики, факультет інформатики, математики та економіки, Мелітопольський державний педагогічний університет імені Б. Хмельницького, м. Мелітополь, Україна

ЗАСТОСУВАННЯ GEOGEBRA НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ

В статті розглядається застосування електронних освітніх ресурсів як засобів комп'ютерної підтримки навчання математики для підготовки компетентних фахівців в галузі Середня освіта. Математика. Звертається увага на необхідність якісної підготовки педагогів, спроможних використовувати інноваційні методи та засоби навчання з акцентом на розвиток дослідницьких компетенцій. Досліджується використання інтерактивного геометричного середовища GeoGebra для візуалізації математики, проведення експериментів і досліджень при вирішенні математичних завдань. Розглядаються можливості застосування GeoGebra для ознайомлення, перевірки, закріплення та повторення властивостей геометричних фігур. Наводяться приклади базових та альтернативних побудов квадрата, прямокутника, паралелограма, рівностороннього та рівнобедреного трикутників, бісектриси кута і серединного перпендикуляра відрізка, правильного шестикутника, центрів вписаного і описаного кіл на основі їх властивостей.

Ключові слова: електронні освітні ресурси, технології комп'ютерного моделювання, GeoGebra, динамічні креслення, геометрія, методика викладання математики, властивості геометричних фігур, образне мислення, компетентні фахівці.

В статье рассматривается применение электронных образовательных ресурсов как средств компьютерной поддержки обучения математике для подготовки компетентных специалистов в области Среднее образование. Математика. Обращается внимание на необходимость качественной подготовки педагогов, способных использовать инновационные методы и средства обучения с акцентом на развитие исследовательских компетенций. Исследуется использование интерактивной геометрической среды GeoGebra для визуализации математики, проведения экспериментов и исследований при решении математических задач. Рассматриваются возможности применения GeoGebra для ознакомления, проверки, закрепления и повторения свойств геометрических фигур. Приводятся примеры базовых и альтернативных построений квадрата, прямоугольника, параллелограмма, равностороннего и равнобедренного треугольников, биссектрисы угла и серединного перпендикуляра отрезка, правильного шестиугольника, центров вписанной и описанной окружностей на основе их свойств.

Ключевые слова: электронные образовательные ресурсы, технологии компьютерного моделирования, GeoGebra, динамические чертежи, геометрия, методика обучения математике, свойства геометрических фигур, образное мышление, компетентные специалисты.

The article discusses the use of electronic educational resources as a means of computer support for teaching mathematics to train competent professionals in the field of Secondary education. Maths. Attention is drawn to the need for quality training of educators able to use innovative methods and teaching aids with a focus on developing research competencies. The use of GeoGebra's interactive geometric environment to visualize mathematics, conduct experiments and research in solving mathematical problems is explored. The possibilities of using GeoGebra for acquaintance, verification, anchoring and repetition of properties of geometric figures are considered. Examples of basic and alternative constructions of a

square, rectangle, parallelogram, equilateral and isosceles triangles, bisector of angle and median perpendicular of a segment, regular hexagon, centers of inscribed and described circles on the basis of their properties.

Key words: *electronic educational resources, computer modeling technologies, GeoGebra, dynamic drawings, geometry, mathematics teaching methods, properties of geometric figures, imaginative thinking, competent specialists.*

Вступ. Сучасний тренд - електронні освітні ресурси - в міждисциплінарному та прикладному контексті є надзвичайно актуальним феноменом в аспекті стратегічного розвитку провідних країн світу щодо отримання ними конкурентних переваг у різних сферах людської діяльності. Саме використання електронних освітніх ресурсів сприяє підготовці компетентних фахівців для високотехнологічних виробництв і забезпечує високий науковий потенціал будь-якої держави.

Впровадженням інформаційно-комунікаційних технологій в шкільну освіту займалися: О.О. Гриб'юк, М.І. Жалдак, А.П. Єршов, Ю.В. Горошко, В.М. Монахов, Ю.І. Машбиць та інші. Проблематикою використання системи динамічної математики GeoGebra займаються: Андреас Лінднер, Герріт Столс, Маркус Хохенвартер, Майкл Борчердс, Р.А. Зіатдінов, В.М. Ракута, В. Пікалов, О.О. Гриб'юк [1].

Постановка задачі. На думку експертів, при вивченні математики важливо розвивати образні компоненти мислення і творчість кожного учня, а традиційна методика орієнтована на рішення освітніх завдань, пов'язаних з розвитком логічного мислення.

Організація комп'ютерної підтримки навчання покликана подолати цей недолік. Інтерактивні геометричні середовища (Mathematika, GeoGebra, GRAN, DG та інші), як технології комп'ютерного моделювання, є основними засобами організації такої підтримки, вони представляють собою програмне забезпечення для побудови динамічних об'єктів [2].

Отже, **актуальною** є проблема пошуку та впровадження ефективних сучасних комп'ютерних технологій для використання в освітньому процесі в загальноосвітніх та вищих навчальних закладах.

Одним з найбільш придатних для підтримки навчання математики комп'ютерних ресурсів є GeoGebra – безкоштовний, педагогічний програмний продукт, що надає можливість створення динамічних креслень для використання на різних етапах навчання алгебри, геометрії та інших суміжних дисциплін. Інтерактивне геометричне середовище GeoGebra має потужний набір

інструментів, за допомогою яких можна розв'язувати різноманітні типи математичних задач.


GeoGebra дозволяє візуалізувати математику, проводити експерименти і дослідження при вирішенні математичних завдань не тільки геометричного характеру. GeoGebra дозволяє створювати на екрані комп'ютера креслення, які можна використовувати на різних стадіях вивчення навчального матеріалу, від живих плакатів до досліdnих креслень. Особливо повчальний сам процес створення відповідного малюнка.

Розглянемо можливості застосування інтерактивного геометричного середовища GeoGebra для ознайомлення, перевірки, закріплення та повторення властивостей геометричних фігур. Для цього необхідно виділити один урок для ознайомлення з середовищем GeoGebra та його інструментальними можливостями, апробувати геометричні та алгебраїчні інструменти. Це дозволяє використовувати GeoGebra на кожному уроці протягом запланованого вчителем часу. Наприклад, відповідаючи на питання вчителя «Що таке квадрат?», учні здебільшого наводять не повне означення, а тільки характерні риси, які їм найбільше запам'ятались: «чотирикутник», «усі сторони рівні», «усі кути 90° ». Цього достатньо, щоб зробити перше – базове креслення, і перевірити на ньому вказані властивості. Пригадавши наступну властивість квадрата – «діагоналі перпендикулярні і рівні», учні можуть виконати друге – альтернативне креслення із застосуванням та перевіркою вказаної властивості.

Таким чином, чим більше властивостей буде пригадано, тим більше динамічних креслень можна зробити і, змінюючи вихідні параметри за допомогою інструментів «переміщення» або «повзунка», можна миттєво зробити декілька креслень, впевнюючись в справедливості тієї чи іншої властивості. На побудованих кресленнях можна також перевіряти довжини відрізків, виміри кутів, формули периметрів, площ, радіусів вписаних і описаних кіл, «екзотичні» властивості фігур тощо.

Побудова квадрата.

1. Сторони квадрата взаємноперпендикулярні, усі сторони рівні (базова побудова).
2. Діагоналі квадрата взаємноперпендикулярні, рівні і точкою перетину діляться навпіл (альтернативна побудова).

№	Інструмент	Базова побудова	Інструмент	Альтернативна побудова
1		Відрізок АВ.		Відрізок АВ.
2		Перпендикуляр до АВ в т. А. Перпендикуляр до АВ в точці В.		Серединний перпендикуляр до АВ, утворилася т. С.
3		Коло з центром в т. А через т. В. Коло з центром в В через А.		Коло з центром в точці С через точки А і В.
4		Т. D і F перетину кіл з перпендикулярами.		Точки D і E перетину кола з серединним \perp .
5		Відрізки AD, DF, BF.		Відрізки AD, DE, BE.
6		Виміряти кути А, В, D, F.		Виміряти кут $\angle ACB$.
7		Виміряти довжини відрізків АВ, AD, DF, BF.		Виміряти довжини відрізків АВ, AD, DE, BE.
8		Перевірити побудову переміщенням.		Перевірити побудову переміщенням.

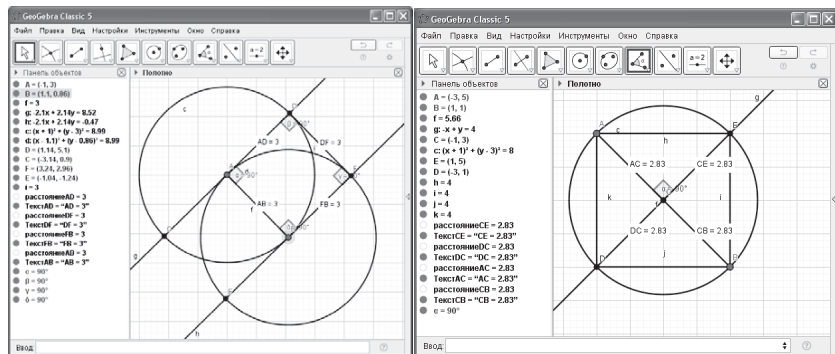


Рис.1. Базова і альтернативна побудова квадрата.

Д/З. Побудувати квадрат на основі властивості: діагональ квадрата утворює з кожною стороною кут 45° . Пригадати інші властивості квадрата та зробити відповідні креслення.

Побудова рівностороннього трикутника.

1. Усі кути рівностороннього трикутника по 60° (базова побудова).
2. Усі сторони рівностороннього трикутника рівні (альтернативна побудова).

№	Інструмент	Базова побудова	Інструмент	Альтернативна побудова
1		Відрізок АВ.		Відрізок АВ.
2		Кути по 60° з вершинами в точках А і В зі стороною АВ.		Коло з центром в т. А через т. В. Коло з центром в В через А.
3		Точка А' перетину сторін цих кутів.		Точка D перетину двох кіл.
4		Відрізки AA' і BA'.		Відрізки AD і DB.
5		Виміряти кут AA'В.		Виміряти довжини відрізків АВ, AD, DB.
6		Виміряти довжини відрізків АВ, AA', BA'.		Перевірити побудову переміщенням.
7		Перевірити побудову переміщенням.		

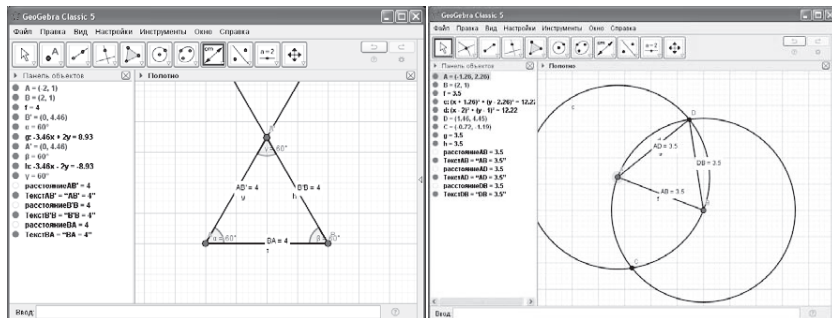


Рис.2. Базова і альтернативна побудова правильного трикутника.

Д/З. Побудувати рівносторонній трикутник на основі властивості: медіана, бісектриса і висота, проведені з однієї вершини, співпадають. Пригадати інші властивості рівностороннього трикутника та зробити відповідні креслення.

Побудова рівнобедренного трикутника.

1. Бічні сторони рівнобедренного трикутника рівні; медіана і висота, проведені до основи, співпадають (базова побудова).

2. Кути при основі рівнобедренного трикутника рівні (альтернативна побудова).

№	Інструмент	Базова побудова	Інструмент	Альтернативна побудова
1		Відрізок АВ.		Відрізок АВ.
2		Серединний перпендикуляр до відрізка АВ.		Кути по 45° з вершинами в точках А і В зі стороною АВ
3		Довільна точка С на серединному \perp .		Промені АВ' і ВА'.
4		Відрізки АС і ВС.		Точка F перетину двох променів.
5		Виміряти кути А і В.		Відрізки АF і ВF.
6		Виміряти довжини відрізків АС і ВС.		Виміряти довжини відрізків АF і ВF.
7		Перевірити побудову переміщенням.		Перевірити побудову переміщенням.

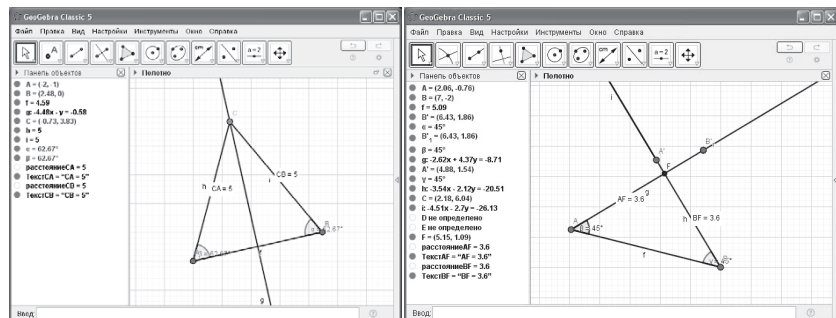


Рис.3. Базова і альтернативна побудова рівнобедренного трикутника.

Д/З. Побудувати рівнобедренний трикутник на основі властивості: медіани, проведені до бічних сторін, рівні. Пригадати інші властивості рівнобедренного трикутника і зробити відповідні креслення.

Побудова бісектриси кута і серединного перпендикуляра відрізка.

1. Усі точки бісектриси рівновіддалені від сторін кута.
2. Точки серединного перпендикуляра рівновіддалені від кінців відрізка.

№	Інструмент	Побудова бісектриси кута	Інструмент	Побудова серединного перпендикуляра
1		Кут ABC довільної градусної міри.		Відрізок АВ.
2		Промені ВА і ВС.		Коло з центром в т. А через т. В. Коло з центром в т. В через А.
3		Довільна точка D на стороні АВ.		Точки С і D перетину двох кіл.
4		Коло з центром в точці В через т. D.		Відрізок CD
5		Точка Е перетину кола і сторони ВС.		Точка Е перетину відрізків АВ і CD.
6		Коло з центром в т. D через т. В. Коло з центром в т. Е черезВ.		Виміряти кут ВЕС.
7		Точка І перетину двох кіл.		Виміряти довжини відрізків АЕ і ВЕ.
8		Промінь ВІ.		Перевірити побудову переміщенням
9		Виміряти кути DBI та ІВЕ.		

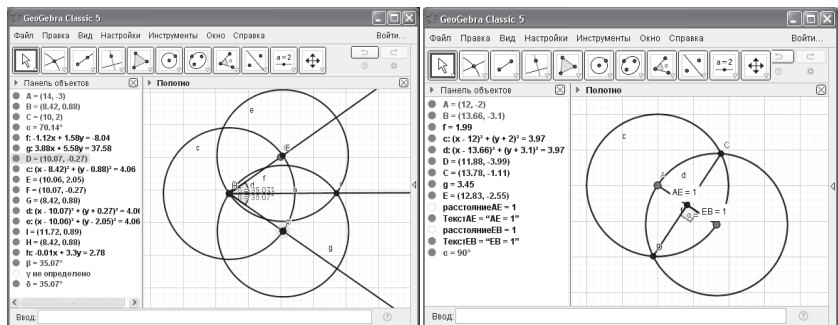


Рис.4. Побудова бісектриси кута і серединного перпендикуляра відрізка.

Д/З. Зробити креслення на основі властивості: продовження бісектриси трикутника перетинається із серединним перпендикуляром у точці, яка лежить на колі, описаному навколо трикутника.

Побудова прямокутника.

1. Діагоналі прямокутника рівні і точкою перетину діляться навпіл (базова)
2. Протилежні сторони прямокутника паралельні і рівні (альтернативна).

№	Інструмент	Базова побудова	Інструмент	Альтернативна побудова
1		Прямі АВ і CD.		Пряма АВ.
2		Точка Е перетину двох прямих.		Точка С \notin АВ
3		Коло з центром в точці Е через точку А.		Пряма через точку С паралельно АВ.
4		Точки I, F, G, Нперетину кола з прямими АВ і CD.		Прямі через т. А і В, \perp до побудованої паралельної прямої.
5		Відрізки IF, FG, GH, HI.		Точки Dі Еперетину вказаних прямих.
6		Виміряти відрізки IF, FG, GH, HI, АЕ, EG.		Відрізки AD і BE.
7		Перевірити побудову переміщенням.		Виміряти відрізки AD і BE, АВ і DE.
8				Перевірити побудову переміщенням.

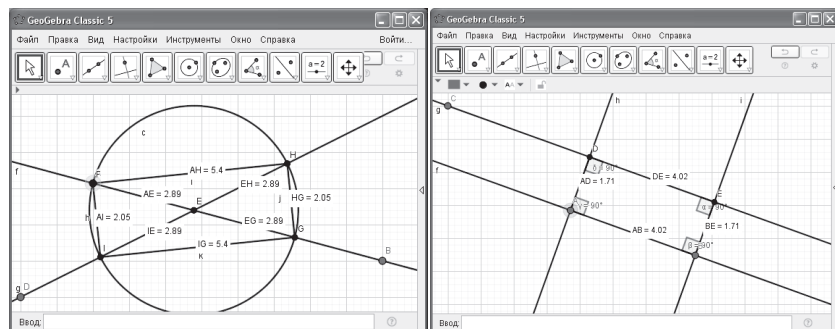










Рис.5. Базова і альтернативна побудова прямокутника.

Д/З. Побудувати прямокутник, вписаний в коло. Побудувати прямокутник на основі властивості: сторони взаємноперпендикулярні і протилежні сторони рівні.

Побудова паралелограма.

1. Протилежні сторони паралельні і рівні (базова побудова).
2. Діагоналі точкою перетину діляться навпіл (альтернативна побудова).

№	Інструмент	Базова побудова	Інструмент	Альтернативна побудова
1		Пряма АВ.		Відрізок АВ.
2		Точка $C \notin AB$		Точка С – середина відрізка АВ
3		Пряма через точку С прямій АВ.		Пряма через т. С не \perp відрізку АВ.
4		Відрізок АС.		Коло з центром в точці С через т. D.
5		Пряма через точку В паралельно АС.		Точка Е перетину кола і прямої CD.
6		Точка D перетину двох прямих.		Відрізки AD, BD, АЕ, ВЕ.
7		Виміряти відрізки АВ і DC, АС і DB.		Виміряти AD і BE, АЕ і BD, CE і CD.
8		Перевірити побудову переміщенням		Перевірити побудову переміщенням.

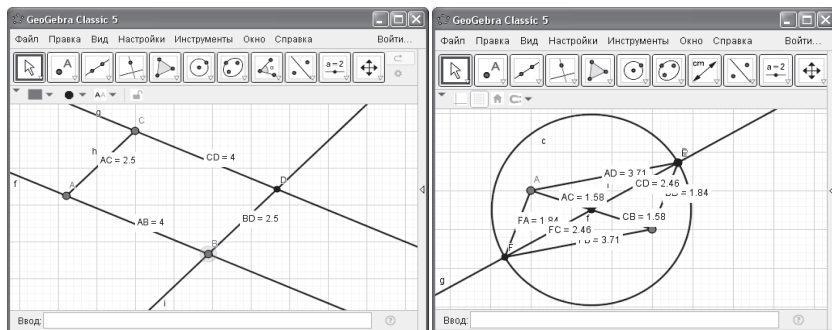


Рис.6. Базова і альтернативна побудова паралелограма.

Д/З. За побудовою перевірити властивість: бісектриса кута паралелограма відтинає від нього рівнобедренний трикутник (та інші додаткові властивості). Пригадати властивості ромба та зробити відповідні креслення.

Побудова правильного шестикутника.

1. Сторона правильного шестикутника дорівнює радіусу описаного кола.
2. Усі центральні кути правильного шестикутника дорівнюють 60° .

№	Інструмент	Базова побудова	Інструмент	Альтернативна побудова
1		Точка А. Точка В.		Відрізок АВ.
2		Коло з центром в т. А через т. В. Коло з центром в т. В через А.		Точка С – середина відрізка АВ.
3		Точки С і D перетину двох кіл.		Кут $\angle BCB' = 60^\circ$. Кут $\angle ACA' = 60^\circ$.
4		Коло з центром в т С через т В. Коло з центром в т D через В.		Прямі СВ' і СА'.
5		Точки F і G перетину двох кіл.		Коло з центром в точці С через т. А.
6		Коло з центром в точці G через точку D.		Точки А', В', D, F перетину кола з прямими СВ' і СА'.
7		Точка К перетину двох кіл.		Відрізки AA', A'B', BB', BF, FD, AD.
8		Відрізки BC, CF, FK, KG, GD, DB.		Виміряти AA', A'B', BB', BF, FD, AD.
9		Виміряти BC, CF, FK, KG, GD, DB.		Перевірити побудову переміщенням.

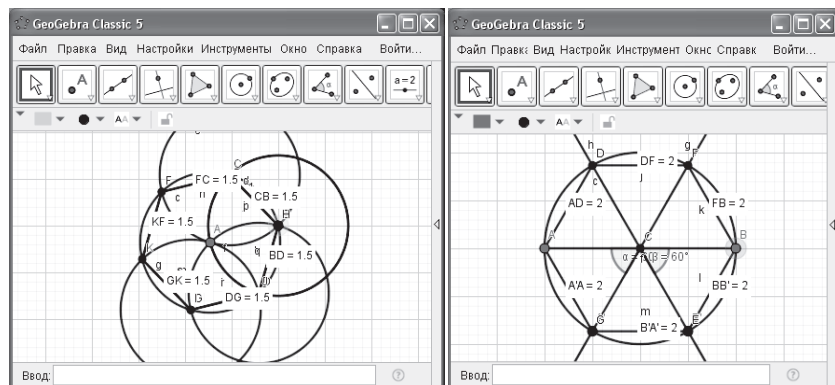















Рис.7. Базова і альтернативна побудова правильного шестикутника.

Д/З. Побудувати правильний п'ятикутник та правильний восьмикутник на основі їх властивостей.

Побудова центрів вписаного в трикутник і описаного навколо нього кола.

1. Центр вписаного в трикутник кола – точка перетину бісектрис його кутів.
2. Центр описаного навколо трикутника кола – точка перетину серединних перпендикулярів до сторін трикутника.

№	Інструмент	Базова побудова	Інструмент	Альтернативна побудова
1		Трикутник ABC.		Трикутник ABC.
2		Бісектриса кута А. Бісектриса кута С.		Серединний \perp до АВ. Серединний \perp до АС.
3		Точка D перетину двох бісектрис.		Точка D перетину АВ з серединним \perp . Точка E перетину АС з серединним \perp .
4		\perp пряма через т. D до прямої АС.		Точка F перетину серединних \perp .
5		Точка E перетину \perp прямої з АС.		Коло з центром в точці F через точку А.
6		Коло з центром в точці D через точку E.		Перевірити побудову переміщенням.
7		Перевірити побудову переміщенням.		

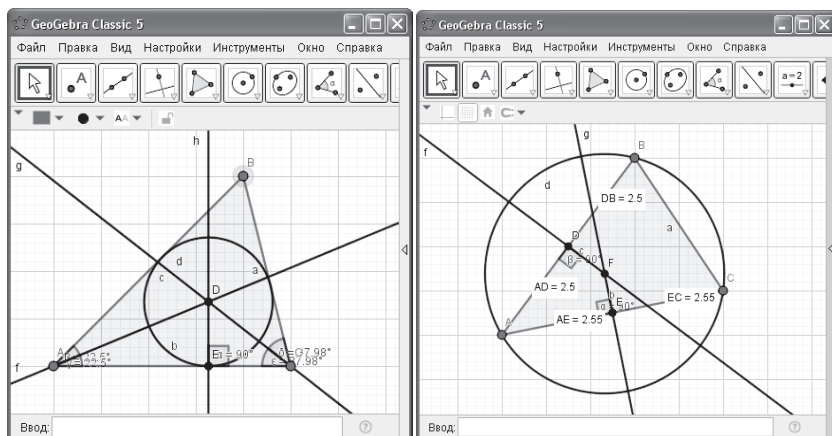


Рис.8. Побудова центрів вписаного в трикутник і описаного кола.

Д/З. Побудувати вписані та описані чотирикутники за відповідними властивостями.

Висновок. Інтерактивне геометричне середовище GeoGebra дає можливість учням сформуванню алгоритмічний стиль мислення, наочно демонструючи формальний, алгоритмічний характер розв'язування прикладів та задач, опанувати сучасну технологію комп'ютерного моделювання математичних об'єктів та спостереження за процесом їх динамічних змін за допомогою інтерактивних креслень, дозволяє формувати в учнів вміння виділяти характерні ознаки, встановлювати закономірності, робити узагальнення та висувати гіпотези.

Застосування ІКТ дозволяє зробити урок більш насиченим, наповнюючи його зміст знаннями з інших наочних областей, що перетворюють математику з об'єкту вивчення в засіб отримання нових знань. Використання програми GeoGebra на різних типах уроків математики сприяє досягненню учнями очікуваних, закладених програмою результатів навчально-пізнавальної діяльності, розвиває не тільки математичну компетентність, але і навички використання нових інформаційних технологій, що є важливим критерієм для сучасного випускника.

Список використаних джерел:

1. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики : навч. посіб./ Т.Г. Крамаренко, В.В. Корольський, С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк ; наук. ред. М.І. Жалдак. – Вид. 2, перероб. і доп. – Кривий Ріг: Криворізький держ. пед. ун т, 2019. – 444 с.
2. Комп'ютерні технології в освіті: навч. посібн. / Ю.С. Жарких, С.В. Лисоченко, Б.Б. Сусь, О.В. Третьак. – К.: Видавничополіграфічний центр «Київський університет», 2012. – 239 с.

Transliteration of References:

1. Innovative information and communication technologies of teaching mathematics: educational. manual / T.G. Kramarenko, V.V. Korolskiy, S.O. Semerikov, S.V. Shokalyuk; scientific editor M.I. Zhaldak. - Publisher. 2, redone and supplemented - Krivoy Rog: Krivoy Rog DPU, 2019. - 444 p.
2. Computer technology in education: educational. manual / Yu.S. Zharkikh. S.V. Lisochenko. B.B. Sus. O.V. Tretyak. 2. - K. : Publishing and Printing Center «Kyiv University», 2012. - 239 p.



ТЯТARENKO Nataliia,

Senior Lecturer of Mathematics and Physics Department, Faculty of Informatics,
Mathematics and Economics, Melitopol State Pedagogical University

by B. Khmel'nitsky, Melitopol, Ukraine

E-mail: tolegale@gmail.com

MURTAZIEV Ernest,

Candidate of Pedagogical Sciences, Senior Lecturer of Mathematics and Physics
Department, Faculty of Informatics, Mathematics and Economics, Melitopol State
Pedagogical University by B. Khmel'nitsky, Melitopol, Ukraine

E-mail: ernest_gaf@ukr.net

USING GEOGEBRA IN GEOMETRY LESSONS